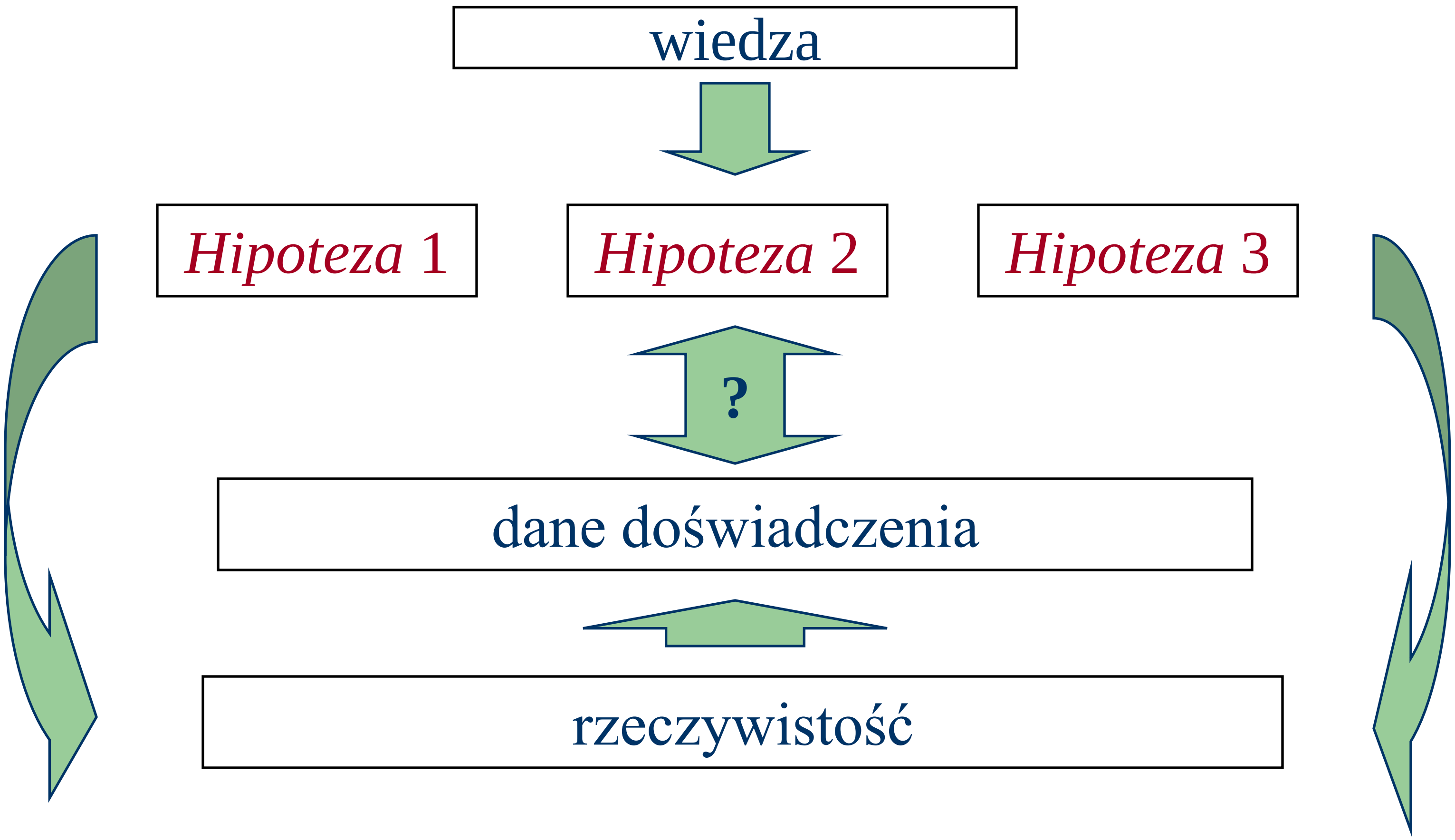
Filozoficzne i metodologiczne aspekty indukcji eliminacyjnej

Szymon Klarman

Zlot Filozoficzny'2006

Problem Indukcji Eliminacyjnej (I)



Problem Indukcji Eliminacyjnej (II)

Na mocy jakich reguł wolno prawomocnie zredukować liczbę konkurencyjnych hipotez, jeśli żadna z nich nie może zostać odrzucona na mocy aktualnej wiedzy?

$H = \{h_1, h_2, \ldots, h_n\}$ - skończony zbiór hipotez

w - aktualna wiedza badacza

1.*h*) $w \vdash h_1 \vee h_2 \vee \ldots \vee h_i \vee \ldots \vee h_n$

2.*h*) dla każdego $i \neq j$ jest tak, że $w \vdash \neg(h_i \wedge h_j)$

Metoda Indukcji Eliminacyjnej (MIE)

MIE to metoda wnioskowania, której:

1. przesłanką jest niepusty zbiór *H* spełniający warunki 1.*h* i 2.*h*
2. wnioskiem jest niepusty zbiór *H'*, taki że $H' \subseteq H$
3. regułą eliminacji jest pewna *indukcyjna reguła wnioskowania* wraz z określonym *kryterium eliminacji*

Demonstratywna MIE

p – warunki początkowe;

$E_p = \{e_1, e_2, ..., e_m\}$ – możliwe wyniki obserwacji dla p;

1.d) Dla dowolnego p oraz $h_i \in H$ istnieje dokładnie jedno takie $e_k \in E$, że: $h_i \wedge p \text{ ‘ } e_k$

2.d) Dla każdego $i \neq j$ istnieje takie p, że:

$h_i \wedge p \text{ ‘ } e_k$ oraz $h_j \wedge p \text{—} e_k$

Demonstratywna MIE
- Eliminacja

- Eliminacja hipotezy na mocy sfalsyfikowania:

  Jeśli $h_i \wedge p$ ‘ e_k to $p \wedge \neg e_k$ ‘ $\neg h_i$

  $$El(h_i) \Leftrightarrow \neg h_i$$

- Schemat eliminacji:

$$\frac{\begin{array}{l} h_1 \vee h_2 \vee \ldots \vee h_{i-1} \vee h_i \vee h_{i+1} \vee \ldots \vee h_n \\ \neg h_i \end{array}}{h_1 \vee h_2 \vee \ldots \vee h_{i-1} \vee h_{i+1} \vee \ldots \vee h_n}$$

Probabilistyczna MIE

p – warunki początkowe;
$E_p=\{e_1, e_2,..., e_m\}$ – możliwe wyniki obserwacji dla p;
P – funkcja prawdopodobieństwa;

*0.h**) dla każdego i jest tak, że: $0 > P(h_i) > 1$

*1.h**) $\sum_{i=1}^{n} P(h_i) = 1$

*2.h**) dla każdego $i \neq j$ jest tak, że: $P(h_i \wedge h_j) = 0$

1.*p*) Dla dowolnego p oraz $h_i \in H$ jest tak, że dla każdego $e_k \in E_p$ ustalona jest wartość prawdopodobieństwa warunkowego $P(e_k|h_i)$

2.*p*) Dla każdego $i \neq j$ istnieje takie p i takie $e_k \in E_p$, że $P(e_k|h_i) \neq P(e_k|h_j)$

Probabilistyczna MIE - Eliminacja

- Twierdzenie Bayesa: $P(h_i / e_k) = \dfrac{P(h_i)P(e/h_i)}{\sum_{i=1}^{n} P(h_i)P(e/h_i)}$
- Eliminacja hipotez na mocy:
  - Zbieżności funkcji prawdopodobieństwa dla h_i w punkcie 0 w granicy nieskończonego ciągu eksperymentów:

$$El(h_i) \Leftrightarrow \lim_{e} P(h_i \mid e) = 0$$

LUB

  - Osiągnięcia ustalonego progu odrzucania:

$$El(h_i) \Leftrightarrow P(h_i) \leq r$$

Konwencjonalistyczna MIE

p – warunki początkowe;

E_p={e_1, e_2,..., e_m} – możliwe dla p;

ε_p – „niezinterpretowana” obserwacja dokonana w wyniku p

1.*k*) Dla dowolnego p oraz $h_i \in H$ istnieje dokładnie jedno takie $e_k \in E$, że: $h_i \wedge p$ ‘ e_k

2.*k*) Dla dowolnego p i każdej $h_i \in H$ jest tak, że:

$h_i \wedge p \ |\!\approx\ \varepsilon_p$

Konwencjonalistyczna MIE - Eliminacja

Konwencja „od dołu”:

dla wybranego k ustala się: $\varepsilon \overset{konw.}{\Leftrightarrow} e_k$

- Eliminacja hipotezy na mocy sfalsyfikowania:

  Jeśli $h_i \wedge p$ ‘ e_k to $p \wedge \neg e_k$ ‘ $\neg h_i$

Konwencja „od góry”:

K – miara wybranej „*aprioryczne*j” własności hipotez (np. prostoty, siły eksplanacyjnej, itp.)

- Eliminacja hipotezy na mocy lokalnego zdominowania pod względem miary K przez inną hipotezę : $El(h_i) \Leftrightarrow \exists_{j \neq i} K(h_i) < K(h_j)$

Zestawienie

<table>
<tr><th><u>Dem. MIE</u></th><th colspan="2"><u>Prob. MIE</u></th><th><u>Konw. MIE</u></th></tr>
<tr><td>$\neg h_i$</td><td>$\lim_{e} P(h_i \mid e) = 0$</td><td>$P(h_i) \leq r$</td><td>$\exists_{j \neq i} K(h_i) < K(h_j)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">Możliwość rozstrzygnięcia wyłącznie na mocy doświadczenia</td><td>Możliwość rozstrzygnięcia bez udziału doświadczenia</td></tr>
<tr><td colspan="3">Nierównoważność empiryczna hipotez</td><td>Równoważność empiryczna hipotez</td></tr>
<tr><td colspan="3">Korespondencyjna teoria prawdy</td><td>Brak korespondencji między zdaniem obserwacyjnym a doświadczeniem</td></tr>
<tr><td colspan="2">Wnioskowanie niezawodne</td><td colspan="2">Wnioskowanie indukcyjne</td></tr>
<tr><td>Założenie o istnieniu eksperymentu rozstrzygającego</td><td>Idealny postulat nieskończonej granicy badania</td><td colspan="2">Arbitralność rozstrzygnięcia</td></tr>
</table>

Model Decyzji Kognitywnej (MDK)

- Holistyczne ujęcie problemu indukcji eliminacyjnej:

$$El(H') \Leftrightarrow Ac(H - H')$$

- Akt akceptacji jako racjonalna decyzja w warunkach niepewności.
- *Maksymalizacja użyteczności epistemicznej* jako cel badania naukowego.
- Podstawowe dezyderaty badania naukowego: unikanie ryzyka błędu i dążenie do informacji.

Model Decyzji Kognitywnej (MDK) - Eliminacja

Dla pewnego $H=\{h_1, h_2, h_3\}$ oraz funkcji prawdopodobieństwa P:

Akt	**Ryzyko błędu**	**Zawartość informacyjna**
Brak eliminacji	0	0
$El(h_1)$	$P(h_1)$	1/3
$El(h_1 \vee h_2)$	$P(h_1)+P(h_2)$	2/3
$El(h_1 \vee h_2 \vee h_3)$	1	1

Eliminacja hipotez na mocy kryterium maksymalizacji oczekiwanej użyteczności: $El(H') \Leftrightarrow \max EU(H - H')$

Podsumowanie

- Ugruntowanie racjonalności MDK jako procedury indukcyjnej
- Uwzględnienie wielokryterialnego charakteru badania naukowego
- Wykorzystanie struktury sytuacji eliminacyjnej do zdefiniowania pojęcia zawartości informacyjnej
- Uniwersalność MDK